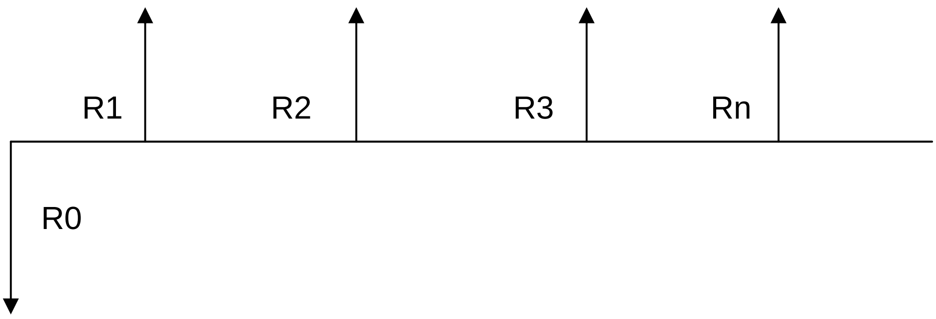
Modelos Probabilísticos

Seja o seguinte fluxo de caixa :



R0 = investimento inicial
Rt = lucro por período
t = 1,...,n > períodos
ii = TMA
i= TIR

Se os valores de Rt forem conhecidos e certos podemos calcular a TIR i e determinarmos se o projeto é aprovado ou não pela comparação com a TMA ii.

Se o valores de Rt forem incertos, deve ser feita uma análise probabilística.

Para este tratamento probabilístico, podemos utilizar, por exemplo, a distribuição β .

A distribuição β é uma distribuição truncada, caracterizada por 3 pontos : mínimo (a), máximo (b) e mais provável (m).

A média é obtida por : $E = \frac{1}{6}(a + 4m + b)$ e

A variância por : $\sigma^2 = \left[\frac{1}{6}(b - a)\right]^2$

A vantagem da utilização da distribuição β é que ela fica caracterizada por apenas três valores : O lucro mínimo (R_{ta}), o lucro máximo (R_{tb}) e o lucro mais provável (R_{tm}).

A média e o desvio-padrão são obtidos por :

E[Rt] = 1/6 [R_{ta} +4 $R_{tm}+R_{tb}$]

$$\sigma^2[R_t]=\left[\frac{1}{6}(R_{tb}-R_{ta})\right]^2$$

Como os valores do fluxos (Rts) são função direta do Valor Presente dos mesmos, fazendo com que o somatório dos fluxos descontados a TIR gere o valor do investimento inicial (R0), podemos utilizar a distribuição β para a análise do valor presente do fluxo ao invés do valor do fluxo, já que R_{ta} é função direta de VP_{ta} .

O somatório das funções β produz uma função que segue distribuição normal . A média e a variância da distribuição normal são dadas, respectivamente, pelo somatório das médias e das variâncias das funções β .

A variável aleatória (p) é então assim definida :

$$p=\sum_{t=1}^{n}VP_t$$

então : $E(p)=\sum_{t=1}^{n}E(VP_t)$

e

$$E(VP_t)=\frac{1}{6}[VP_{ta}+4VP_{tm}+VP_{tb}]$$

$$E(VP_t)=\frac{E(R_t)}{(1+TMA)^t}$$

Analogamente para a variância :

$$\sigma^2(p) = \sum_{t=1}^{n} \sigma^2(VP_t) \text{ , então, } \sigma^2(p) = \frac{\sum_{t=1}^{n} \sigma^2(R_t)}{\left[(1+TMA)^t\right]^2}$$

e

$$\sigma^2(VP_t) = \left[\frac{1}{6}\left[VP_{ta} - VP_{tb}\right]\right]^2 = \left[\frac{\frac{1}{6}\left[R_{ta} - R_{tb}\right]}{(1+TMA)^t}\right]^2$$

$$\sigma^2(VP_t) = \frac{\left[\frac{1}{6}\left[R_{ta} - R_{tb}\right]\right]^2}{\left[(1+TMA)^t\right]^2}$$

Assim, de posse do valor esperado e do desvio-padrão podemos analisar a distribuição de probabilidades, através da distribuição normal. Podemos atribuir uma probabilidade do valor presente dos lucros ser superior ao investimento inicial.

A probabilidade de p (valor presente dos lucros) ser maior que o Investimento inicial - R0, é a mesma da TIR ser superior a TMA.

A aprovação do projeto estará associada a um intervalo de confiança (α) :

Se :

P [TIR>=TMA] > α >>>>>>>aceita-se

P [TIR>=TMA] < α >>>>>>>rejeita-se

Exemplo :

Uma empresa analisa a viabilidade de lançar um novo produto para a próxima temporada de verão : um novo modelo de ventilador doméstico.

O investimento, em ajuste de equipamentos, treinamento de pessoal, pesquisa de mercado e projeto do produto chega a 3 milhões.

O estudo de mercado estimou as seguintes vendas :

	NOV	DEZ	JAN	FEV	MAR
Máximo	1200	1600	2500	1800	1000
Mais provável	1000	1300	2000	1600	800
Mínimo	500	1100	1700	1200	500

Estudos anteriores demonstraram que as vendas de cada mês normalmente independem das vendas dos meses anteriores. A dependência maior é das condições climáticas.

O preço de venda do produto é de 1000. O custo variável unitário é de 200. O custo fixo é de 300 000.

Deseja a empresa conhecer o risco que correrá em não conseguir atingir sua TMA que é de 6% ao mês.

Solução :

Meses		NOV			DEZ			JAN			FEV			MAR	
Previsão	A	M	B	A	M	B	A	M	B	A	M	B	A	M	B
Vendas	500	1000	1200	1100	1300	1600	1700	2000	2500	1200	1600	1800	500	800	1000
CV	100	200	240	220	260	320	340	400	500	240	320	360	100	160	200
CF	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300
Fluxo de Caixa Líquido	100	500	660	580	740	980	1060	1300	1700	660	980	1140	100	340	500

Cálculo de média e variância dos lucros mensais :

	NOV	DEZ	JAN	FEV	MAR
$E[R_t]$	460	753	1327	953	327
$\sigma^2[R_t]$	8711	4444	11378	6400	4444

E(p)= 3217

$\sigma^2(p) = 25787$

$\sigma(p) = 161$

$$R_\Theta = \frac{R_0 - \overline{p}}{\sigma(p)} = -1{,}35$$

91,15% de probabilidade do projeto oferecer uma TIR > TMA.

Se α for menor ou igual a 91,15 o projeto é aprovado.

Exercício :

Qual seria a probabilidade de a TMA fosse aumentada para 7% ?